Cadernos de Lógica e Filosofia
Volume 2

Três Vezes Não

um estudo sobre as negações clássica, paraconsistente e paracompleta

Volume 1
A Lógica de Apuleio. Introdução, tradução e notas ao *De Interpretatione* de Apuleio de Madauros
Paolo Alcoforado

Volume 2
Três Vezes Não: um estudo sobre as negações clássica, paraconsistente e paracompleta
Kherian Gracher

Coleção dirigida por
Newton C.A. da Costa,
Universidade Federal de Santa Catarina nacosta@usp.br
Jean-Yves Beziau,
Universidade do Brasil, Rio de Janeiro jyb@jyb-logic.org

Ambos são membros titulares da *Academia Brasileira de Filosofia*

Três Vezes Não

um estudo sobre as negações clássica, paraconsistente e paracompleta

Kherian Gracher

ISBN 978-1-84890-392-0

Published by College Publications

http://www.collegepublications.co.uk

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Este livro foi escrito a partir da tese de doutorado do autor, defendida no início de 2020 junto ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina e aprovada com méritos. Trata-se de um trabalho em lógica que encerra originalidade e desenvolve um tema relevante tanto em lógica quanto em filosofia, a saber, o estudo de algumas formas de negação e de suas relações mútuas.

Como o autor comenta no início da obra, parece simples supor que sabemos o que é negar: basta tomar o oposto do que temos, de SIM para NÃO e de NÃO para SIM. Porém, como evidenciado com discernimento, isso não é tão simples. Destacam-se então três tipos de negação, que são denominadas de *clássica*, *paraconsistente* e *paracompleta*, que são desenvolvidas em sistemas formais adequados e suas relações apontadas, como no desenvolvimento do sistema não-clássico $\mathcal{KG}$ a partir da página 59.

O livro é extremamente útil para estudantes de lógica, de filosofia e para os interessados nos fundamentos da ciência; com efeito, recordamos que, como constatado no texto, a negação em física quântica (e nas chamadas lógicas quânticas) é um tipo de negação paracompleta no sentido apresentado no livro, como evidenciado no Capítulo 8 (p. 217-227). Além do mais, o livro fornece uma possibilidade de melhor entendimento do significado da negação paraconsistente, tema de difícil aporte. Com efeito, nessas lógicas podemos ter duas teses contraditórias, uma sendo a negação da outra, sem que o sistema "colapse", como acontecia se a negação fosse a clássica (nessa lógica, bem como na grande parte dos sistemas lógicos em geral, de duas proposições contraditórias pode-se extrair qualquer outra afirmação de sua linguagem). Porém, o que significa "negar" sem o referido colapso? Por si só, isso já atesta a importância do estudo aqui apresentado.

É certo que o texto contribui para o avanço e para o melhor entendimento dos sistemas não-clássicos de lógica, trazendo ainda sugestões para desenvolvimentos futuros que podem impulsionar ainda mais o desenvolvimento da área.

É com satisfação que vemos a tese publicada como livro pela editora *College Publications*.

Florianópolis, Fevereiro de 2022

Décio Krause
Newton C. A. Da Costa

NOTAS DO AUTOR

> “This is my favorite book in all the world, though I have never read it.”
>
> WILLIAM GOLDMAN
> *The Princess Bride*

O que é negar? Ou melhor: o que é isso que chamamos de "negação"? Rios de tinta já rolaram na busca de uma resposta a essas perguntas. De modo geral, compreenderemos aqui uma *negação* como sendo um conectivo lógico cujo comportamento pode (em certas circunstâncias) alterar o valor-de-verdade de uma fórmula de *valor designado* para *não-designado*, ou vice-versa. Dito de outro modo, *negação* é um operador que (em certas condições) torna uma fórmula falsa, se a fórmula inicial era verdadeira; ou a torna verdadeira, se inicialmente era falsa.[1] Seria essa resposta, rápida e descuidada, suficiente para solucionarmos o problema inicial? Não. Mas também não é nosso objetivo aqui contribuir para esta enxurrada de pigmentos em busca de uma solução. Com essa caracterização simples pretendemos apenas estabelecer (*inicialmente*) um aspecto importante ao trabalho que irá se seguir: três conectivos, conhecidos dos livros-textos de lógica, serão aqui tratados como conectivos de negação. São eles: (i) negação clássica; (ii) negação paraconsistente; (iii) negação paracompleta. A negação clássica é, de longe, a mais conhecida e estabelecida na literatura – não havendo muitas dúvidas quanto à sua natureza de *negação*. Por outro lado, tanto a negação paraconsistente quando a negação paracompleta podem, de acordo com certas interpretações, ser caracterizadas como operadores distintos da "verdadeira negação"(como poderia chamar aquele que advoga que a negação clássica é a *única* e *verdadeira* negação). Não faremos isso aqui e, tampouco, adentraremos *completamente* a esse debate, aceitando, *por enquanto*, como estabelecido que esses três conectivos representam três *tipos* de negação.

Uma vez que aceitemos esses três conectivos como *tipos* diferentes de negação, nós podemos então questionar: quais suas diferenças? Como se

1 Obviamente, assumindo aqui uma semântica bivalorada. Em outros termos, podemos substituir a noção de *verdadeiro* para a noção de *valor designado*, enquanto a noção de *falso* para *valor não-designado*.

comportam? Como se relacionam? ~~Onde vivem e o que comem?~~ Essas três perguntas serão os guias para a nossa empreitada. Entender suas diferenças, comportamentos e relações irão nortear nossa investigação, cujo resultado (esperamos) é desenvolver um conjunto de sistemas lógicos capazes de lidar com essas três negações. Através desses sistemas esperamos responder àquelas perguntas. O presente trabalho será dividido em quatro principais partes.

A *Parte I - Introdução* consiste do capítulo *Lógica Clássica e Algumas Lógicas Não-Clássicas* (p. 3-55), onde desenvolvemos uma análise introdutória das três negações em três dos principais sistemas que lidam com elas: *Lógica Proposicional Clássica* ($\mathcal{LPC}$), a hierarquia de *Cálculos Proposicionais Paraconsistentes* $\mathscr{C}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$ e a hierarquia de *Cálculos Proposicionais Paracompletos* $\mathscr{P}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$. Neste capítulo, posto seu teor introdutório, não iremos nos ater a aspectos importantes do desenvolvimento e tratamento formal dos respectivos sistemas, mas evidenciaremos principalmente o comportamento sintático e semântico de suas respectivas negações. Ainda nesse capítulo, observaremos também um quarto sistema formal, a hierarquia de *Cálculos Proposicionais Não-Aléticos* $\mathscr{N}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$. Esse sistema (ou hierarquia de sistemas) tem como característica principal introduzir um tipo *neutro* de negação, capaz de se comportar de modo semelhante à negação clássica, paraconsistente ou paracompleta – dependendo do comportamento da fórmula à qual a negação, que chamaremos de "negação não-alética", está conectada. Por fim, compararemos os quatro sistemas e o modo como as três negações se comportam, oferecendo uma análise dessas negações utilizando como base o conhecido *Quadrado das Oposições* aristotélico (através das noções de *contradição*, *contrariedade*, *subcontrariedade* e *subalternação*), de modo a entendermos o comportamento desses conectivos. Posto que o único dos quatro sistemas analisados com capacidade expressiva para lidar com as três negações simultaneamente é o Não-Alético, é de se esperar que as possíveis relações (e reiterações de negações diferentes conectadas a uma mesma fórmula) pudessem ser tratadas pelo referido sistema. No entanto, como veremos, esse não é o caso. Assim, em busca de um sistema que tenha capacidade para compreender tais relações e reiterações, seguimos para a segunda parte.

A *Parte II - Sistemas* $\mathcal{KG}$ consiste em dois capítulos. No primeiro, *Sistemas* $\mathcal{KG}$*: Sintaxe* (p. 59-69), oferecemos as definições para a construção de uma classe de sistemas proposicionais (que chamaremos de "$\mathcal{KG}$") na qual introduzimos, de modo independente, as três negações supracitadas. Oferecemos um pequeno conjunto de postulados, distinguindo quatro diferentes sistemas proposicionais *KG*, sendo eles: $\mathcal{KG}$-Minimal ($\mathcal{KG}_m$); $\mathcal{KG}$-Paraconsistente ($\mathcal{KG}_p$); $\mathcal{KG}$-Paracompleto ($\mathcal{KG}_q$); e $\mathcal{KG}$-Completo ($\mathcal{KG}_c$). Esses quatro sistemas, como veremos, se distinguem em relação ao conjunto de axiomas que cada um deles adota. No capítulo seguinte, *Sistemas $\mathcal{KG}$: Semântica* (p. 71-111), desenvolvemos uma semântica *bivalorada* para os quatro Sistemas $\mathcal{KG}$, demonstrando os teoremas de *correção* e *completude*, e oferecendo também um método de provas por *Tableaux Analíticos* – e também demonstrando os teoremas de correção e completude para esses tableaux. Posto o estabelecimento dos Sistemas $\mathcal{KG}$, podemos então seguir para a terceira parte do nosso trabalho.

A *Parte III - Resultados* consiste em três capítulos. Em seu primeiro capítulo, *Sistemas $\mathcal{KG}$: Traduções* (p. 115-143), tentaremos compreender possíveis relações entre os sistemas vistos inicialmente (*viz.*, $\mathcal{LPC}$, $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{P}_1$ e $\mathscr{N}_1$) com os quatro Sistemas $\mathcal{KG}$. Tais relações seriam estabelecidas através de possíveis traduções entre os sistemas. Veremos que $\mathcal{LPC}$ pode ser traduzida em $\mathcal{KG}_m$; $\mathscr{C}_1$ pode ser traduzida em $\mathcal{KG}_p$; $\mathscr{P}_1$ em $\mathcal{KG}_q$; e $\mathscr{N}_1$ em $\mathcal{KG}_c$. Além de compreendermos certas relações entre os primeiros sistemas das hierarquias de cálculos proposicionais paraconsistente, paracompleto e não-alético, generalizaremos os respectivos cálculos, mostrando que: *toda* a hierarquia de Cálculos Proposicionais Paraconsistentes $\mathscr{C}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$ pode ser traduzida para $\mathcal{KG}_p$; *toda* a hierarquia de Cálculos Proposicionais Paracompletos $\mathscr{P}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$ pode ser traduzida para $\mathcal{KG}_q$; e que *toda* a hierarquia de Cálculos Proposicionais Não-Aléticos $\mathscr{N}_n$ $(0 \leq n \leq \omega)$ pode ser traduzida para $\mathcal{KG}_c$. Por fim, mostraremos também que o sistema $\mathcal{KG}_c$ (sendo esse o sistema $\mathcal{KG}$ mais *forte*) pode ser traduzido em $\mathcal{LPC}$. No capítulo seguinte, *Sistemas $\mathcal{KG}$: Alguns Resultados* (p. 145-160), observaremos alguns resultados que podemos obter utilizando os Sistemas $\mathcal{KG}$, como relações entre as negações e suas possíveis reiterações – não permitidas em nenhum dos quatro sistemas lógicos que analisamos na introdução. Veremos também como podemos construir um *Tetraedro das Oposições* que, tal como o *Quadrado das Oposições*, compreende as relações e reiterações entre as três negações em termos de contradição, contrariedade, subcontrariedade e subalternidade. Dando sequência, o último capítulo desta parte, *Extensões Elementares dos Sistemas $\mathcal{KG}$* (p. 161-193), ofereceremos uma possível extensão em linguagem de primeira-ordem dos Sistemas $\mathcal{KG}$, desenvolvendo sua sintaxe, semântica, demonstrando os teoremas de *correção* e *completude*. Sucintamente, discutiremos possíveis teorias que podem ser desenvolvidas sobre essa extensão elementar de $\mathcal{KG}$ – *e.g.*, uma teoria elementar com identidade e três noções de *diferença* distintas, como também uma *aritmética de Robinson* que utilize de outras negações que não apenas a clássica (como se faz usualmente).

A *Parte IV - Conclusão* consiste de dois capítulos. O primeiro, *A Filosofia de Tantas Negações* (p. 197-216), como o título deixa claro, tratará *brevemente* de algumas questões filosóficas deixadas de lado ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Retornaremos a problemas mencionados anteriormente como, por exemplo, acerca da existência (ou não) de várias *negações*; das condições *necessárias* e *suficientes* que um operador deve satisfazer para ser uma *negação*; além de outros problemas que pressupõem a familiaridade do leitor com o que será apresentado ao longo deste trabalho. Finalmente, o último capítulo, *O que vimos e o que pode vir depois?* (p. 217-227), retomaremos alguns principais pontos observados, que justificam o emprego e o futuro desenvolvimento dos Sistemas $\mathcal{KG}$, além de apontar pesquisas a serem desenvolvidas com esses sistemas, como possíveis aplicações em debates específicos e suas extensões modais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Jonas R. Becker Arenhart. Liberating paraconsistency from contradiction. *Logica Universalis*, 9(4):523–544, 2015.

Florencio G Asenjo. A calculus of antinomies. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 7(1):103–105, 1966.

Jeffrey C. Beall and Greg Restall. *Logical pluralism*. Oxford University Press on Demand, 2006.

Enrico G. Beltrametti and Gianni Cassinelli. *The logic of quantum mechanics*. Addison-Wesley, Advanced Book Program, 1981.

Jean-Yves Béziau. New light on the square of oppositions and its nameless corner. *Logical Investigations*, 10(2003):218–232, 2003.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer. On the foundations of mathematics. In Arend Heyting, editor, *Collected works: Philosophy and foundations of mathematics*, pages 11–101. North-Holland Publishing Company Amsterdam, 1907. Thesis, Amsterdam; English translation by Heyting: 1975.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer. The unreliability of the logical principles. In Arend Heyting, editor, *Collected works: Philosophy and foundations of mathematics*, pages 107–111. North-Holland Publishing Company Amsterdam, Amsterdam, 1908. English translation by Heyting: 1975.

Colin Caret. Hybridized paracomplete and paraconsistent logics. *The Australasian Journal of Logic*, 14(1), 2017.

Rudolf Carnap. *The Logical Syntax of Language*. Kegan Paul, Trench, Trubner and Co. Ltd, London, 1937.

Walter Carnielli, Marcelo E. Coniglio, and João Marcos. Logics of formal inconsistency. In *Handbook of philosophical logic*, pages 1–93. Springer, 2007.

Walter A Carnielli. On sequents and tableaux for many-valued logics. *Journal of Non-Classical Logic*, 8(1):59–76, 1991.

Walter A. Carnielli and Itala M. L. D'Ottaviano. Translations between logics: a manifesto. *Logique et Analyse*, 40(157):67–81, 1997.

Walter Alexandre Carnielli and Marcelo Esteban Coniglio. *Paraconsistent logic: Consistency, contradiction and negation*, volume 40. Springer, New York, 2016.

Lewis Carroll. What the tortoise said to achilles. *Mind*, 4(14):278–280, 1895.

Alonzo Church. *Introduction to mathematical logic*, volume 13. Princeton University Press, Princeton, 1996.

Newton C. A. da Costa. *Sistemas formais inconsistentes (Inconsistent formal systems, in Portuguese)*. PhD thesis, Habilitation thesis, Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brazil, Curitiba, 1963.

Newton C. A. da Costa. Logics that are both paraconsistent and paracomplete. *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti*, 83(1):29–32, 1989.

Newton C. A. da Costa and E. H. Alves. A semantical analysis of the calculi c_n. *Notre Dame J. Formal Logic*, 18(4):621–630, 10 1977.

Newton C. A. da Costa and D. Marconi. A note on paracomplete logic. *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti*, 80(7-12):504–509, 1986.

Newton C. A. da Costa, J.-Y. Béziau, and O. Bueno. *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos*. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, Campinas, 1998.

Newton C. A. da Costa, D. Krause, and O. Bueno. Paraconsistent logics and paraconsistency. In Dale Jacquette, editor, *Philosophy of Logic*, Handbook of the Philosophy of Science, pages 791 – 911. North-Holland, Amsterdam, 1ed. edition, 2007.

Jairo J. Da Silva, Itala M. L. D'Ottaviano, and Antonio M. Sette. Translations between logics. *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*, pages 435–448, 1999.

T. F. De Carvalho and Itala M. L. D'Ottaviano. Sobre o infinitésimo e o cálculo diferencial paraconsistente de da costa. *Revista Eletrônica Informação e Cognição*, 4(1), 2005.

Herbert B. Enderton. *A mathematical introduction to logic*. Elsevier, Amsterdam, 2001.

Abraham Adolf Fraenkel, Yehoshua Bar-Hillel, and Azriel Levy. *Foundations of set theory*, volume 67. Elsevier, Amsterdam, 1973.

Gerhard Gentzen. On the relation between intuitionistic and classical arithmetic. In M. E. Szabo, editor, *The collected papers of Gerhard Gentzen*, pages 53–67. North-Holland, Amsterdam, 1 edition, 1933. Coletânea publicada em 1969.

Gerhard Gentzen. Untersuchungen über das logische schließen. i. *Mathematische zeitschrift*, 39(1):176–210, 1935.

Valery Glivenko. Sur la logique de m. brouwer. *Académie Royale de Belgique, Bulletin*, 14:225–228, 1928.

Valery Glivenko. Sur quelques points de la logique de m. brouwer. *Bulletins de la classe des sciences*, 15(5):183–188, 1929.

Kurt Gödel. On intuitionistic arithmetic and number theory. In Solomon Feferman, John W. Dawson, Stephen Cole Kleene, Gregory H. Moore, and Robert M. Solovay, editors, *Kurt Gödel: Collected Works, Vol. I: Publications 1929-1936*, volume 1. Oxford University Press, Oxford, 1 edition, 1933. Coletânea publicada em 2001.

Kurt Gödel. *On formally undecidable propositions of Principia Mathematica and related systems*. Dover Publications, New York, 1992.

Evandro Gomes and Itala M. L. D'Ottaviano. *Para além das colunas de Hércules: uma história da paraconsistência-De Heráclito a Newton da Costa*. CLE/Unicamp, Campinas, 1 edition, 2017.

Nicola Grana. On a minimal non-alethic logic. *Bulletin of the Section of Logic*, 19(1):25–28, 1990a.

Nicola Grana. *Sulla teoria delle valutazioni di NCA da Costa*. Liguori Editore, Napoli, 1990b.

Nicola Grana. *Dalla logica classica alle logiche non-classiche*. L'orientale ed., Napoli, 2007.

George François Cornelis Griss. *Negatieloze intuitionistische wiskunde*. Verslagen Akad. Amsterdam, Amsterdam, 1944.

George François Cornelis Griss. Logic of negationless intuitionistic mathematics. *Indagationes Mathematicae (Proceedings)*, 54:41–49, 1951.

Arend Heyting. Die formalen regeln der intuitionistischen logik. *Sitzungsbericht PreuBische Akademie der Wissenschaften Berlin, physikalisch-mathematische Klasse II*, pages 42–56, 1930.

Arend Heyting. *Intuitionism: an introduction*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1956.

S Jaśkowski. Teoria dedukcji oparta na dyrektywach zał ożeniowych [theory of deduction based on suppositional directives]. *Ksiega Pamiatkowa I Polskiego Zjazdu Matematycznego. Uniwersytet Jagielloński, Kraków*, 1929.

Stanisław Jaskowski. Rachunek zdan dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sectio A*, 1(5):57–77, 1948.

Ingebrigt Johansson. Der minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer formalismus. *Compositio mathematica*, 4:119–136, 1937.

Stephen Cole Kleene. *Introduction to metamathematics*. Wolters-Noordhoff Pub, Groningen, 1971. ISBN 0444100881.

Stephen Cole Kleene. *Mathematical logic*. Courier Corporation, Mineola, 2002.

William Kneale and Martha Kneale. *The development of logic*. Oxford University Press, Oxford, 1962.

Andrey Kolmogorov. On the principle of excluded middle. In Jean Van Heijenoort, editor, *From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic, 1879-1931*, volume 9, pages 414–437. Harvard University Press, Cambridge, 1925. English translation by van Heijenoort: 1967.

Décio Krause. *Introdução aos fundamentos axiomáticos da ciência*. EPU, São Paulo, 2002.

Décio Krause and Jonas R. Becker Arenhart. A logical account of quantum superpositions. In *Probing the Meaning of Quantum Mechanics: Superpositions, Dynamics, Semantics and Identity*, pages 44–59. World Scientific, 2016.

Décio Krause. O gato de schrödinger não está vivo e morto antes da medição: sobre a interpretação dos resultados quânticos. *No Prelo*, 2019.

Clarence Irving Lewis and Cooper Harold Langford. *Symbolic logic*. Dover publications, New York, 1959.

A. Loparić and Newton C. A. da Costa. Paraconsistency, paracompleteness, and valuations. *Logique et analyse*, 27(106):119–131, 1984.

D. Marconi. A decision method for the calculus c1. In *Proceedings of 3rd Brazilian Conference on Mathematical Logic. São Paulo: Sociedade Brasileira de Lógica*, pages 211–223, 1980.

João Marcos. *Logics of Formal Inconsistency*. PhD thesis, Universidade de Campinas, São Paulo, Brasil, Campinas, 2005.

Elliott Mendelson. *Introduction to mathematical logic*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 4 edition, 1997.

Carew A. Meredith. Single axioms for the systems (c, n),(c, o) and (a, n) of the two-valued propositional calculus. *The Journal of Computing Systems*, 1(3): 155–164, 1953.

Cezar A. Mortari. *Introdução à lógica. São Paulo*. Editora UNESP, São Paulo, 2001.

Jean Nicod. A reduction in the number of primitive propositions of logic. In *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, volume 19, pages 32–41, 1917.

Terence Parsons. The traditional square of opposition. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, summer 2017 edition, 2017.

Witold A Pogorzelski. *Notions and theorems of elementary formal logic*. Warsaw University-Bialystok Branch, 1994.

Graham Priest. The logic of paradox. *Journal of Philosophical logic*, 8(1):219–241, 1979.

Graham Priest. *An introduction to non-classical logic: From if to is*. Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

Graham Priest, Richard Routley, and Jean Norman. *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*. Philosophia Verlag, Munich, 1989.

Willard V. Quine. *Philosophy of Logic*. Harvard University Press, Cambridge, 2th edition, 1986.

Raphael M. Robinson. An essentially undecidable axiom system. In *Proceedings of the international Congress of Mathematics*, volume 1, pages 729–730, 1950.

Gillian Russell. Logical pluralism. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, summer 2019 edition, 2019.

Menashe Schwed. What makes the reductio ad absurdum an important tool for rationality. In *Proceedings of the Fourth Conference of the International Society for the Study of Argumentation*, pages 734–735, 1999.

Antonio M. Sette. On the propositional calculus p1. *Mathematica Japonicae*, 18: 173–180, 1973.

Joseph R. Shoenfield. *Mathematical logic*. Addison-Wesley, 1967.

Peter Simons. Jan Łukasiewicz. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, spring 2017 edition, 2017.

Barry Hartley Slater. Paraconsistent logics? *Journal of Philosophical logic*, 24(4): 451–454, 1995.

Peter Smith. *An introduction to Gödel's theorems*. Cambridge University Press, 2013.

Raymond M. Smullyan. *Lógica de primeira ordem*. Editora UNESP, São Paulo, 2009.

Christian Strasser and G. Aldo Antonelli. Non-monotonic logic. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, summer 2019 edition, 2019.

Alfred Tarski. *Introduction to Logic and to the Methodology of the Deductive Sciences*. Oxford University Press, Oxford, 1994.

Bas Van Fraassen. The labyrinth of quantum logics. In *Logical and Epistemological Studies in Contemporary Physics*, pages 224–254. Springer, 1974.

Nicolai A. Vasiliev. Imaginary (non-aristotelian) logic. In *Atti del V congresso Internazionale di Filosofia*, pages 107–109, 1925.

Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. *Principia mathematica*, volume 1. Benjamin Motte, London, 1910. Vol.1 (1910); Vol.2 (1912); Vol.3 (1913).

Ludwig Wittgenstein. *Wittgenstein's Lectures: Cambridge: 1930-1932, From the Notes of John King and Desmond Lee*. Rowman & Littlefield, 1980. ISBN 0847662012.

SOBRE O AUTOR

Kherian Galvão Cesar Gracher é Bacharel em Filosofia (2008-12) pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP); Mestre em Filosofia (2014-16), sob orientação do Prof. Dr. Décio Krause; e Doutor em Filosofia (2016-20), também sob orientação do Prof. Dr. Décio Krause e sob coorientação do Prof. Dr. Newton C. A. da Costa, pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGFIL-UFSC). Atualmente, desenvolve pesquisa de Pós-Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PPGF-UFRJ), financiado pela Fundação *Carlos Chagas Filho* de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ).[119]

119 Programa de Pós-Doutorado *Nota 10* (PDR10) – Processos: E-26/200.129/2022 e E-26/200.130/2022; Matrícula: 2021.04772.0