

Conteúdo

Prefácio	v
1 Conectivos lógicos e quantificadores	1
1.1 Termos, proposições e conectivos lógicos	2
1.1.1 Termos	2
1.1.2 Proposições	3
1.1.3 Operadores lógicos	4
1.1.4 Tautologias	9
1.1.5 Manipulação de tautologias	14
1.1.6 Abreviaturas úteis	18
1.1.7 Deduções	20
1.2 Expressões com variáveis	27
1.2.1 Termos com variáveis	28
1.2.2 Condições	30
1.2.3 Veracidade de uma condição	32
1.3 Quantificadores	37
1.3.1 Quantificador universal e quantificador existencial	37
1.3.2 Variáveis mudas e livres	41
1.3.3 Veracidade revisitada	44
1.3.4 Esquemas válidos	45
1.3.5 Domínio de quantificação	47
1.3.6 Notações e abreviaturas úteis	48
1.3.7 Trocas de quantificadores	50
1.3.8 Termo livre para variável	52
1.3.9 Esquemas válidos relevantes	56
1.3.10 Deduções	62
1.4 Exercícios	65

2	Conjuntos	73
2.1	Conjuntos, elementos e subconjuntos	73
2.1.1	Conjuntos e elementos	73
2.1.2	Subconjuntos de um conjunto	78
2.1.3	Paradoxo de Russell	82
2.2	Operações com conjuntos	83
2.2.1	União e intersecção de dois conjuntos	83
2.2.2	Diferença de dois conjuntos	85
2.2.3	Convenções e notações usuais	86
2.2.4	União e intersecção generalizadas	87
2.3	Sequências e multiconjuntos	89
2.3.1	Sequências	89
2.3.2	Multiconjuntos	92
2.4	Produto cartesiano	95
2.5	Exercícios	97
3	Relações	103
3.1	A noção de relação	103
3.1.1	Relação n -ária	103
3.1.2	Relações binárias	108
3.2	Relações de equivalência e conjunto quociente	110
3.2.1	Relações de equivalência	110
3.2.2	Conjunto quociente	112
3.3	Relações de ordem e relações bem fundadas	119
3.3.1	Ordens parciais e ordem totais	119
3.3.2	Minorante, mínimo e ínfimo	125
3.3.3	Elemento minimal	130
3.3.4	Boas ordens e relações bem fundadas	133
3.4	Exercícios	139
4	Funções	147
4.1	Funções e composição de funções	147
4.1.1	Função, domínio e contradomínio	147
4.1.2	Casos particulares de interesse	155
4.1.3	Composição de funções	159
4.2	Propriedades das aplicações	162
4.2.1	Aplicação injetiva, sobrejetiva e bijetiva	162
4.2.2	Alguns resultados relevantes	168
4.3	Famílias e sucessões	174
4.3.1	Famílias	174
4.3.2	Sucessões	178
4.4	Exercícios	180

Apêndice	185
5 Cardinalidade de conjuntos	187
5.1 Introdução ao problema da cardinalidade	187
5.2 Cardinalidade, conjuntos finitos e infinitos	191
5.2.1 Conjuntos equipotentes	191
5.2.2 Comparação de cardinais	196
5.2.3 O menor conjunto infinito	199
5.2.4 Caracterização alternativa de conjunto infinito	200
5.3 Conjuntos contáveis e conjuntos numeráveis	203
5.4 Conjuntos não contáveis	211
5.4.1 O método da diagonal	211
5.4.2 Exemplos e teorema de Cantor	212
5.5 Exercícios	218
Apêndice	220
6 Estruturas e morfismos	227
6.1 Operações num conjunto e suas propriedades	227
6.2 Estruturas algébricas e homomorfismos	234
6.2.1 Estruturas algébricas	235
6.2.2 Homomorfismos	241
6.2.3 Conjunto quociente e homomorfismo natural	249
6.3 Estruturas relacionais e seus morfismos	252
6.3.1 Estruturas relacionais	252
6.3.2 Morfismos de estruturas relacionais	253
6.4 Isomorfismos entre estruturas	259
6.4.1 A noção de isomorfismo	259
6.4.2 Isomorfismos entre estruturas algébricas	264
6.4.3 Isomorfismos entre estruturas relacionais	267
6.5 Outras estruturas	271
6.6 Exercícios	277
7 Indução	285
7.1 Indução finita	285
7.1.1 Princípio de indução finita	286
7.1.2 Erros frequentes em demonstrações por indução	291
7.1.3 Equivalência entre as versões simples e completa	294
7.1.4 Indução finita <i>versus</i> boa ordenação	298
7.2 Indução sobre uma relação bem fundada	300
7.3 Indução estrutural	311
7.3.1 Conjuntos definidos indutivamente	312
7.3.2 Princípio de indução estrutural	322

7.3.3	Conjuntos livremente gerados	330
7.3.4	Indução e conjuntos definidos indutivamente	335
7.4	Exercícios	339
8	Somatórios	345
8.1	Notação	345
8.2	Principais propriedades dos somatórios	349
8.3	Fórmulas explícitas para somatórios	358
8.4	Somas múltiplas	372
8.5	Exercícios	379
9	Relações de recorrência	381
9.1	Definição de sucessões por recorrência	381
9.2	Técnicas para resolução de recorrências	384
9.2.1	Dois exemplos motivadores	384
9.2.2	Método iterativo	392
9.2.3	Método do cancelamento	397
9.2.4	Redução a relação de recorrência mais simples	401
9.3	Recorrências lineares de coeficientes constantes	406
9.3.1	Recorrências lineares	406
9.3.2	Recorrências lineares homogêneas	409
9.3.3	Recorrências lineares não homogêneas	424
9.4	Exercícios	431
10	Análise de algoritmos	435
10.1	Motivação	436
10.2	Comportamento assintótico de funções	439
10.2.1	Ordens de crescimento assintótico	439
10.2.2	Propriedades	448
10.3	Tempo total de execução	461
10.3.1	Cálculo imperativo do fatorial	461
10.3.2	Cálculo recursivo do fatorial	467
10.3.3	Cálculo imperativo <i>versus</i> cálculo recursivo	469
10.4	Contagem de operações	470
10.4.1	Conceitos preliminares	471
10.4.2	Cálculo do fatorial	472
10.4.3	Cálculo do supremo de lista de inteiros	473
10.4.4	Cálculo dos números de Fibonacci	483
10.5	Algoritmos de pesquisa	489
10.5.1	Pesquisa linear	490
10.5.2	Pesquisa binária em lista ordenada	494
10.5.3	Teorema principal	498

CONTEÚDO	xv
10.6 Algoritmos de ordenação	502
10.6.1 Inserção direta	502
10.6.2 <i>Bubble sort</i>	506
10.6.3 <i>Quicksort</i>	507
10.6.4 <i>Merge sort</i>	512
10.7 Exercícios	514
Apêndice	519
A Funções recursivas	521
A.1 Definição de sucessões por recorrência	521
A.2 Recursão sobre conjuntos livremente gerados	526
A.3 Recursão sobre conjuntos bem fundados	531
A.4 Recursão em mais de um argumento	541
A.5 Demonstrações	545
A.6 Exercícios	552
B Breve referência ao sistema <i>Mathematica</i>	555
Bibliografia	570
Índice Remissivo	575